

# Практичне заняття №8 з математичного аналізу (1МФІ)

Викладач - Слуцький Олександр Васильович

## Літучка (15 хв)

Знайти невизначені інтеграли:

Варіант 1	Варіант 2
1) $\int \sin^5 x dx$	1) $\int \cos^5 x dx$
2) $\int e^x \sin(2x) dx$	2) $\int e^{2x} \sin x dx$
3) $\int \frac{e^x}{e^x+1} dx$	3) $\int \frac{e^x}{e^x-1} dx$

## Тема: «Формула Ньютона-Лейбніца»

### Теоретичні відомості

**Теорема 1** (Формула Ньютона-Лейбніца). Нехай функція  $f(x)$  має на відрізку  $[a; b]$  первісну  $F(x)$ . Тоді

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) = F(x)|_a^b$$

**Наслідок 1** (Про метод підстановки для визначеного інтеграла). Нехай  $f(x)$  — неперервна функція, а  $t(x)$  — функція, похідна якої неперервна. Тоді

$$\int_a^b f(t(x)) \cdot t'(x) dx = \int_{t(a)}^{t(b)} f(t) dt$$

**Наслідок 2** (Про метод інтегрування частинами для визначеного інтеграла). Нехай  $u(x), v(x)$  — функції, похідні яких неперервні. Тоді

$$\int_a^b u(x) \cdot v'(x) dx = (u(x) \cdot v(x))|_a^b - \int_a^b v(x) \cdot u'(x) dx$$

### Домашнє завдання

- Обчислити визначені інтеграли за допомогою формули Ньютона-Лейбніца: 1)  $\int_0^1 x^2 dx$  2)  $\int_0^1 \sqrt{x} dx$   
3)  $\int_2^5 (x+1) dx$  4)  $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin x dx$  5)  $\int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin x dx$  6)  $\int_0^1 e^x dx$
- Обчислити визначені інтеграли за допомогою формули інтегрування частинами для визначеного інтеграла:  
1)  $\int_0^1 x e^x dx$  2)  $\int_{-1}^1 x \arctg x dx$  3)  $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$  4)  $\int_1^2 x \ln x dx$  5)  $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$   
6)  $\int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx$
- Обчислити визначені інтеграли за допомогою формули заміни змінної для визначеного інтеграла:  
1)  $\int_0^1 \sqrt{2x+4} dx$  2)  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$  3)  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$  4)  $\int_0^{\pi/2} \cos^5 x dx$  5)  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$   
6)  $\int_0^{\pi/2} \sin^4 x dx$
- Обчислити визначені інтеграли з використанням формули підстановки або заміни змінної для невизначеного інтеграла:  
1)  $\int_0^1 x e^x dx$  2)  $\int_{-1}^1 x \arctg x dx$  3)  $\int_0^{\pi} x^2 \sin x dx$  4)  $\int_0^1 \sqrt{2x+4} dx$  5)  $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$   
6)  $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$
- Знайти помилку:

$$\int_0^{\pi/2} 2 \sin x \cos x dx = \int_0^{\pi/2} 2 \sin x d(\sin x) = \int_0^{\pi/2} 2t dt = t^2|_0^{\pi/2} = \pi^2/4$$

- Обчислити границю:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left( \sin \frac{\pi}{n} + \sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{3\pi}{n} + \dots + \sin \frac{(n-1)\pi}{n} + \sin \pi \right)$$