

# Практичне заняття №10 з математичного аналізу (1МФІ)

Викладач - Слущкий Олександр Васильович

## Літучка (15 хв)

Обчислити інтеграли:

Варіант 1	Варіант 2
1) $\int_{-2}^2 x^2 dx$	1) $\int_{-2}^2 x^3 dx$
2) $\int_{-2}^2 x^{-3/2} dx$	2) $\int_{-2}^2 x^{-2/3} dx$
3) $\int_{-2}^{+\infty} x^{-3/2} dx$	3) $\int_{-2}^{+\infty} x^{-2/3} dx$

## Тема: «Застосування визначеного інтеграла до обчислення площ криволінійних фігур (декартова та полярна системи координат)»

**Теорема 1.** Нехай деяка фігура, задана у ПДСК, обмежена лініями  $x = a, x = b, y = 0, y = f(x)$ , причому  $f(x) \geq 0 \forall x \in [a; b]$ . Тоді площа цієї фігури дорівнює  $\int_a^b f(x) dx$ .

**Теорема 2.** Нехай деяка фігура, задана у полярній СК, обмежена лініями  $\varphi = \alpha, \varphi = \beta, \rho = f(\varphi)$ , причому  $f(\varphi) \geq 0 \forall \varphi \in [\alpha; \beta]$ . Тоді площа цієї фігури дорівнює  $\frac{1}{2} \int_{\alpha}^{\beta} f^2(\varphi) d\varphi$ .

## Домашнє завдання

1. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями:

- 1)  $y = x^2, y = 0, x = 1, x = 2$       2)  $y = \sin x, y = 0, x = \pi/3, x = \pi/2$       3)  $y = 4 - x^2, y = 0$   
4)  $y = \cos x, y = 0$  (знайти в умові некоректність та уточнити умову)      5)  $y = \sin x, y = x, x = \pi/2$   
6)  $y = x^3, y = 2x, y = x$       7)  $y = \sqrt{x-2}, y = \sqrt{4-x}, y = 0$       8)  $y = \operatorname{tg} x, x = \pi/3, y = 0$   
9)  $y = |x^2 - 4|, y = 1, x = 0, x = 3$       10)  $y = |x^2 - 2x - 3|, y = 4, x = -5, y = 5$

2. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями (складніші приклади):

- 1)  $x = y^2, x = 0, y = 1, y = 2$       2)  $x = \sin y, x = 0, y = \pi/3, y = \pi/2$       3)  $x = y^2 - 4, x = 0$   
4)  $x = y^3, x = y, y = 2$       5)  $y = x^3, x = -1, x = 1$       6)  $y = x^3, y = x$       7)  $y = |x|, y = x^2$   
8)  $y = x^{-2}, x = 2$  (права частина)      9)  $y = x^{-1/2}, x = 0, x = 1$       10)  $y = e^{-x}, x = e$   
11)  $y = x^{-1}, x = 0, x = 1$

3. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями, заданими у полярній СК:

- 1)  $\rho = 2, \varphi = 0, \varphi = \pi/2$       2)  $\rho = 1/\cos(\varphi), \varphi = 0, \varphi = \pi/4$       3)  $\rho^2 = \cos(2\varphi)$   
4)  $\rho = 1 + \cos(\varphi)$       5)  $\rho = \sin(3\varphi)$       6)  $\rho = \sin(5\varphi)$       7)  $\rho = \cos(\varphi), \rho = 2 \cos(\varphi)$

4. Не знаходячи первісної, обчислити такі інтеграли: 1)  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\sin(x^3)}{x^2} dx$

- 2)  $\int_{-\pi}^{\pi} x^3 e^{\cos(x)} dx$   
3)  $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} dx$       4)  $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx$   
5)  $\int_{-1}^1 \sqrt{4-x^2} dx$  (знайдіть у довідниках формули для площі сегмента)      6)  $\int_{-1}^1 |x| dx$   
7)  $\int_{-1}^2 |x| dx$       8)  $\int_{-1}^2 \operatorname{sign}(x) dx$

5. (Додатково) Нехай про функцію  $f$  відомо, що  $f$  непарна і періодична з періодом  $2\pi$ . Обчислити інтеграл

$$\int_{\pi/2}^{5\pi/2} f(x) dx$$