

# Контрольна робота №2 з математичного аналізу (2 курс, 2 семестр)

Викладач - Слуцький Олександр Васильович

## **Пояснювальна записка**

Контрольна робота пишеться протягом однієї пари.

У цьому документі є чотири варіанти контрольної роботи: 0,1,2,3. Варіант №0 - розв'язаний, варіант №3 - тренувальний, варіанти №1 та 2 - робочі.

## Варіант №0

### Завдання 1 (балів: 1)

Обчислити  $\text{mes}^*(E)$ ,  $\text{mes}_*(E)$ ,  $\lambda^*(E)$ ,  $\lambda_*(E)$ , якщо

$$E = \{(x, y) : x \in [-2; 2] \cap \mathbb{R}, y \in [-2; 2] \cap \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{R}^2$$

### Завдання 2 (балів: 2)

Обчислити  $\text{mes}^*(E)$ ,  $\text{mes}_*(E)$ ,  $\lambda^*(E)$ ,  $\lambda_*(E)$ , якщо

$$E = \{(x, y) : x \in [-2; 2] \cap \mathbb{I}, y \in [-2; 2] \cap \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$$

### Завдання 3 (балів: 1)

Обчислити інтеграл Лебега від по відрізьку  $[0; 2]$  від функції

$$f = \begin{cases} 2, & \text{якщо } x \in Q \\ 3, & \text{якщо } x \notin Q \end{cases}$$

### Завдання 4 (балів: 1)

Зобразити кулю з центром у початку координат і радіусом  $R = 1$ , якщо  $M = \mathbb{R}^2$ , а  $\rho(x, y) = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + 2(x_2 - y_2)^2}$

### Завдання 5 (балів: 1)

Обчислити відстань у просторі  $C[a; b]$  між функціями

$$x(t) = \sin(t), y(t) = \cos(t), t \in [0; \pi/2]$$

### Завдання 6 (балів: 1)

Перевірити, чи є метричним простором пара  $(M, \rho)$ , якщо  $M = \mathbb{R}^2$ , а  $\rho((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = \sqrt{2(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2}$ .

### Завдання 7 (балів: 1)

Побудувати (аналітично і графічно) перші 6 елементів траєкторії точки  $x_0 = 2$  у динамічній системі з дискретним часом  $(M, f)$ , де  $M = \mathbb{R}$ ,  $f = f(x) = (30 - 3x)/4$ .

### Завдання 8 (балів: 2)

Наближено розв'язати рівняння за допомогою методу стискуючих відображень:  $x = \cos(x)$

## Варіант №3

### Завдання 1 (балів: 1)

Обчислити  $\text{mes}^*(E)$ ,  $\text{mes}_*(E)$ ,  $\lambda^*(E)$ ,  $\lambda_*(E)$ , якщо

$$E = \{(x, y) : x \in [-2; 2] \cap \mathbb{Z}, y \in [-2; 2] \cap \mathbb{Z}\} \subset \mathbb{R}^2$$

### Завдання 2 (балів: 2)

Обчислити  $\text{mes}^*(E)$ ,  $\text{mes}_*(E)$ ,  $\lambda^*(E)$ ,  $\lambda_*(E)$ , якщо

$$E = \{(x, y) : x \in [-2; 2] \cap \mathbb{I}, y \in [-2; 2] \cap \mathbb{I}\} \subset \mathbb{R}^2$$

### Завдання 3 (балів: 1)

Обчислити інтеграл Лебега від по відрізьку  $[0; 2]$  від функції

$$f = \begin{cases} 2, & \text{якщо } x \in \mathbb{Z} \\ 3, & \text{якщо } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

### Завдання 4 (балів: 1)

Зобразити кулю з центром у початку координат і радіусом  $R = 1$ , якщо  $M = \mathbb{R}^2$ , а  $\rho(x, y) = 3|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

### Завдання 5 (балів: 1)

Обчислити відстань у просторі  $C[a; b]$  між функціями

$$x(t) = \sin(t), y(t) = \cos(t), t \in [-\pi/6; \pi/2]$$

### Завдання 6 (балів: 1)

Перевірити, чи є метричним простором пара  $(M, \rho)$ , якщо  $M = \mathbb{R}^2$ , а  $\rho((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = |x_1 - x_2| + 4|y_1 - y_2|$ .

### Завдання 7 (балів: 1)

Побудувати (аналітично і графічно) перші 6 елементів траєкторії точки  $x_0 = 2$  у динамічній системі з дискретним часом  $(M, f)$ , де  $M = \mathbb{R}$ ,  $f = f(x) = (20 - x)/3$ .

### Завдання 8 (балів: 2)

Наближено розв'язати рівняння за допомогою методу стискуючих відображень:  $x^3 + x - 1 = 0$